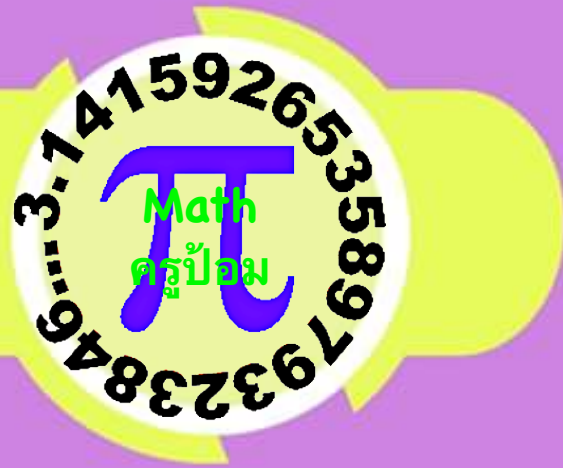


MATHEMATICS



Pre – Mathematics

เพื่อเตรียมตัวศึกษาต่อในระดับมหาวิทยาลัย

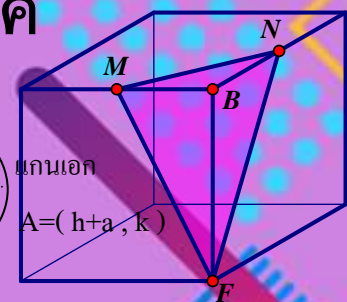
เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ : เส้นตรง

► T : Test : เพื่อช่วยปรับคะแนนในชั้นเรียน

► K : Knowledge ประเมินผลด้านความรู้ $\left[\frac{3^{2n+1}}{3^{2n+1} + 3^{n+1}} \right] \frac{1}{n}$

► M : Midterm สอบกลางภาค

► F : Final สอบปลายภาค



Tau Omega

MOF

Mathematics Olympiad Foundation

Math
Skills

ครูป้อมยาม Math.สรน.



Mathematics (Main&Advanced)

รวบรวมเรียบเรียงโดย...ครูป้อม TauOmega

อ.ธนาทิพย์ แผนวิชิต

Chapter Analytic geometry : เรขาคณิตวิเคราะห์

► ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์

1. ระยะทางระหว่างจุดสองจุด

หากจุด (x_1, y_1) และ (x_2, y_2) เป็นจุด 2 จุด
ระนาบ XY และ d เป็นระยะทางระหว่างจุดทั้งสองนั้น
เราสามารถหาระยะทางระหว่างจุดทั้งสอง (d) ได้ดังนี้

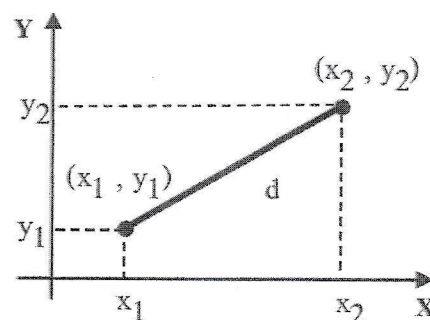
กรณีที่ 1 ถ้า $x_1 = x_2$ จะได้ว่า $d = |y_1 - y_2|$

ถ้า $y_1 = y_2$ จะได้ว่า $d = |x_1 - x_2|$

(คือนำค่าที่ต่างกันมาลบกันแล้วถอดค่าสัมบูรณ์)

กรณีที่ 2 ถ้า $x_1 \neq x_2$ และ $y_1 \neq y_2$

$$\text{จะได้ว่า } d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$



สรุปได้ว่า ระยะทางระหว่างจุดสองจุด(d) หาได้จาก

$$\star \gg \gg d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

ตัวอย่าง กำหนดพิกัดจุด $P(1, -2)$ และ $Q(-5, 4)$ จงหา $PQ = ?$

ตัวอย่าง กำหนดพิกัดจุด $A(0, 0)$ และ $B(-1, -2)$ จงหา $AB = ?$



< แบบฝึกทักษะที่ 1 >

เรียบเรียง โดย...ครูณาทิตย์(ครูป้อม)

1. ระยะห่างระหว่างจุด 2 จุดที่กำหนดให้ มีขนาดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

(ก) $P_1(2, 4)$, $P_2(2, -5)$

(ข) $P_1(3, 7)$, $P_2(6, 7)$

1. (ก) 1 หน่วย (ข) 3 หน่วย

2. (ก) 4 หน่วย (ข) 0 หน่วย

3. (ก) 9 หน่วย (ข) 3 หน่วย

4. (ก) 9 หน่วย (ข) 0 หน่วย

2. ระยะห่างระหว่างจุด 2 จุดที่กำหนดให้ มีขนาดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

(ก) $P_1(4, 5)$, $P_2(1, 1)$

(ข) $P_1(7, -3)$, $P_2(4, -1)$

1. (ก) 3 หน่วย (ข) $\sqrt{13}$ หน่วย

2. (ก) 3 หน่วย (ข) 3 หน่วย

3. (ก) 5 หน่วย (ข) $\sqrt{13}$ หน่วย

4. (ก) 5 หน่วย (ข) 3 หน่วย

3. ถ้าระยะห่างระหว่างจุด $(k, 0)$ และ $(2, 3)$ เป็น 5 หน่วย ค่า k เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 6

2. -2

3. 6, -2

4. ไม่มีข้อถูก

4. วงกลมมีจุดศูนย์กลางที่ $(3, 4)$ และผ่านจุด $(6, 8)$ จุดที่กำหนดให้ต่อไปนี้จุดใดอยู่บนเส้นรอบวงกลมวงนี้

ก. $(7, 7)$

ข. $(0, 0)$

1. ก. อยู่ ข. อยู่

2. ก. อยู่ ข. ไม่อยู่

3. ก. ไม่อยู่ ข. อยู่

4. ก. ไม่อยู่ ข. ไม่อยู่



5. สามเหลี่ยมที่มีจุดยอดดังนี้ $A(-2, -3)$, $B(5, 1)$ และ $C(-2, 5)$ เป็นสามเหลี่ยมชนิดใด

1. สามเหลี่ยมด้านเท่า
2. สามเหลี่ยมมุมฉาก
3. สามเหลี่ยมหน้าจั่ว
4. ไม่มีข้อที่ถูกต้อง

6. สามเหลี่ยมที่มีจุดยอดดังนี้ $A(7, 5)$, $B(2, 3)$ และ $C(6, -7)$ เป็นสามเหลี่ยมชนิดใด

1. สามเหลี่ยมด้านเท่า
2. สามเหลี่ยมมุมฉาก
3. สามเหลี่ยมหน้าจั่ว
4. ไม่มีข้อที่ถูกต้อง

Assignment : Mathematics คณิตศาสตร์ :
“ครูป้อมยาม Math สรร ”

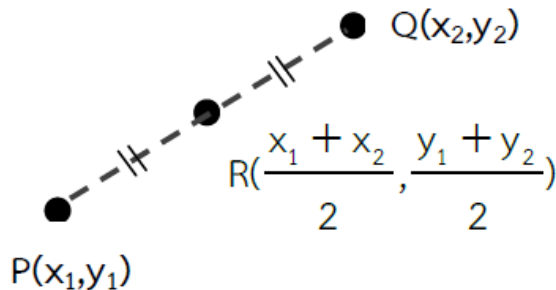
7. ถ้า $(4, y)$ อยู่ห่างจากจุด $(-5, 2)$ และ $(13, -6)$ เป็นระยะเท่ากัน ค่า y เท่ากับข้อใดต่อไปนี

1. -1
2. -2
3. 1
4. 2



2. จุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด

$$\text{จุดกึ่งกลาง} = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$



ตัวอย่าง กำหนดจุดกึ่งกลางของจุดต่อไปนี้

1. $P(0,0)$ และ $Q(2,2)$
2. $A(0, -1)$ และ $B(2, -2)$
3. $A(-1, -3)$ และ $B(2, -2)$

ตัวอย่าง ถ้า $C(2,3)$ เป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุด $A(-2,0)$ และ $B(x,y)$ จงหา $B(x,y)$ มีค่าเป็น

จงคิดก่อนที่ท่านจะพูด (แต่จงอย่าพูดทุกคำที่คิด)



< แบบฝึกทักษะที่ 2 >

เรียบเรียง โดย...ครูธนาทิพย์(ครูป้อม)

1. วงกลมวงหนึ่งมีจุดปลายเส้นผ่านศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(-4, 6)$ และ $(5, -2)$ แล้วจุดศูนย์กลางวงกลมวงนี้คือข้อใดต่อไปนี้

1. $(\frac{1}{2}, 2)$ 2. $(-\frac{1}{2}, 3)$ 3. $(\frac{9}{2}, 2)$ 4. $(-\frac{9}{2}, 3)$

2. จุดกึ่งกลางของเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมซึ่งมีจุดยอดอยู่ที่ $A(3, 2)$, $B(8, 2)$, $C(10, 4)$ และ $D(5, 4)$ เป็นจุดเดียวกันหรือไม่

1. เป็น 2. ไม่เป็น
3. บอกไม่ได้ เพราะหาจุดกึ่งกลางนั้นไม่ได้ 4. บอกไม่ได้ เพราะไม่รู้จุดกึ่งกลางด้าน

3. จุด M เป็นจุดกึ่งกลางของส่วนของเส้นตรง PQ จงหาพิกัดของจุด P ถ้า

ก. M มีพิกัดเป็น $(1, 2)$ และ Q มีพิกัดเป็น $(3, 4)$

ข. M มีพิกัดเป็น $(5, 6)$ และ Q มีพิกัดเป็น $(15, -4)$

1. ก. $(2, 3)$ ข. $(10, -1)$ 2. ก. $(-1, 0)$ ข. $(-5, 16)$
3. ก. $(-1, 0)$ ข. $(-5, -16)$ 4. ก. $(2, 3)$ ข. $(10, -1)$



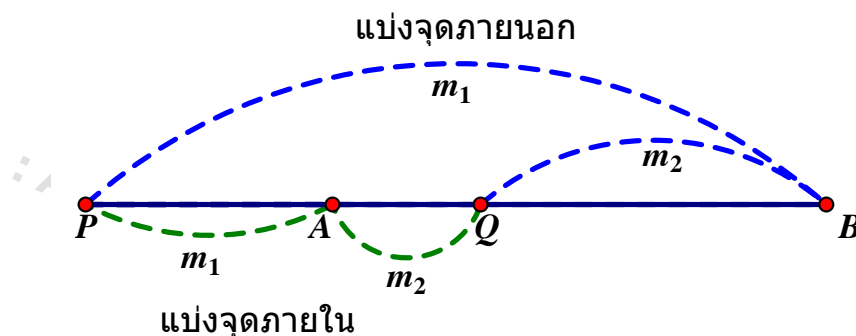
3. จุด : ซึ่งแบ่งเส้นตรงออกเป็นอัตราส่วนต่างๆ Mid-point formula

กรณีที่ จุด 2 จุด $P(x_1, y_1)$ และ $Q(x_2, y_2)$ ใดๆ ถูกแบ่งออกเป็น 2 ส่วน ไม่เท่ากัน

โดยมีจุด A เป็นจุดบนส่วนของเส้นตรง $\overline{PQ}$ ซึ่งเป็นจุดแบ่ง(ภายใน) ทำให้ $\overline{PQ}$ ออกเป็นส่วนของเส้นตรงเป็นอัตราส่วน $PA : AQ = m_1 : m_2$ แล้ว จะได้ $A = \left(\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2} \right)$

โดยมีจุด B เป็นจุดบนส่วนของเส้นตรง $\overline{PQ}$ ซึ่งเป็นจุดแบ่ง(ภายนอก) ทำให้ $\overline{PQ}$ ออกเป็นส่วนของเส้นตรงเป็นอัตราส่วน $PB : QB = m_1 : m_2$ แล้ว จะได้ $B = \left(\frac{m_1x_2 - m_2x_1}{m_1 - m_2}, \frac{m_1y_2 - m_2y_1}{m_1 - m_2} \right)$

อธิบายได้ (ดังรูป)



ตัวอย่าง พิกัดของจุดแบ่งระหว่างจุด $(1, 2)$ และ $(5, 3)$ ซึ่งแบ่งระยะทางระหว่างจุด 2 จุดเป็นอัตราส่วน 2 : 3 โดยจุดนี้อยู่ใกล้จุด $(5, 3)$ มากกว่าจุด $(1, 2)$ พิกัดจุดดังกล่าวคือข้อใด

1. $(\frac{17}{2}, \frac{13}{2})$
2. $(3, \frac{5}{2})$
3. $(\frac{17}{5}, \frac{13}{5})$
4. $(3, \frac{13}{2})$



4. การหาพื้นที่รูปหลายเหลี่ยม โดยสมบัติ Collinear points

สมมุติรูป n เหลี่ยมใดๆ มีจุดยอดอยู่ที่จุด $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$
ตาม ลำดับ เราสามารถหาพื้นที่รูปหลายเหลี่ยมนั้นได้โดย

$$\text{พื้นที่} = \frac{1}{2} \left[\begin{array}{cccc} & (+y_1x_2 + y_2x_3 + \dots + y_{n-1}x_n) & & \\ x_1 & x_2 & x_3 & \dots & x_n \\ y_1 & y_2 & y_3 & \dots & y_n \\ & (+x_1y_2 + x_2y_3 + \dots + x_{n-1}y_n) & & \end{array} \right]$$

$$\text{พื้นที่} = \frac{1}{2} [(x_1y_2 + x_2y_3 + \dots + x_{n-1}y_n) - (y_1x_2 + y_2x_3 + \dots + y_{n-1}x_n)]$$

ตัวอย่าง พื้นที่รูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดเป็น $(4, 5), (4, -3), (-5, -3)$ มีค่ากี่ตารางหน่วย

1. 18

2. 36

3. 48

4. 64

Assignment : Mathematics คณิตศาสตร์ :
“ครูป้อมยาม Math สรน”

ตัวอย่าง พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมที่มีจุดยอดเป็น $(-4, 3), (4, 5), (8, 11), (-8, 7)$ มีค่ากี่ตารางหน่วย

1. 24

2. 40

3. 56

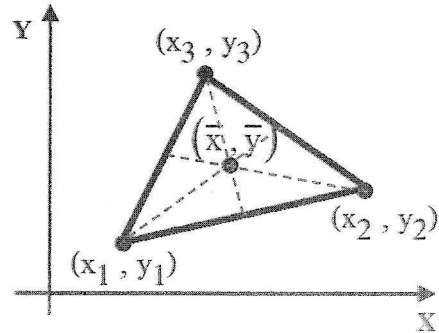
4. 60



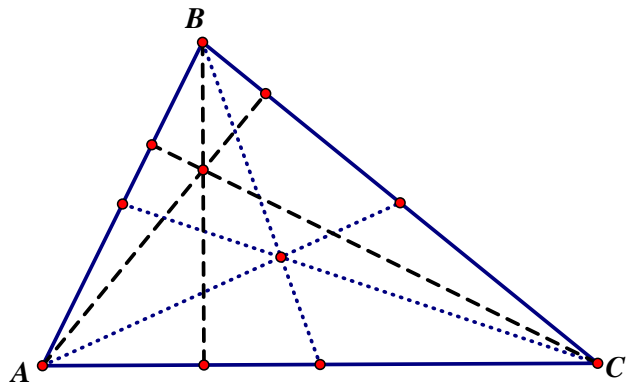
5. จุด : จุดตัดเส้นมัธยฐานของรูปสามเหลี่ยม

หากจุด (x_1, y_1) , (x_2, y_2) และ (x_3, y_3) เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมใดๆ และ $(\bar{x}, \bar{y})$ เป็นจุดซึ่งเส้นมัธยฐานทั้งสามเส้นของรูปสามเหลี่ยมตัดกัน เราสามารถหาจุดตัด $(\bar{x}, \bar{y})$ ได้ดังนี้

$$(\bar{x}, \bar{y}) = \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right)$$



เพิ่มเติม ความรู้เกี่ยวกับจุดต่างในรูปสามเหลี่ยมใดๆ



ตัวอย่าง . จุดยอดของสามเหลี่ยม ABC คือจุด $A(5, 7)$, $B(8, 3)$ และ $C(2, 2)$ จุดตัดกันของเส้นมัธยฐานของสามเหลี่ยมรูปนี้คือข้อใดต่อไปนี้

1. $(1, 1)$
2. $(3, 5)$
3. $(5, 4)$
4. $(6, 6)$



ตัวอย่าง . จุดยอดของสามเหลี่ยม ABC คือจุด A (1, 3) , B (2, 7) และ C (6, 8) จุดตัดกันของเส้น
มัธฐานของสามเหลี่ยมนี้จะอยู่ห่างจากจุดกำเนิดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 16

2. 35

3. $\sqrt{39}$

4. $\sqrt{45}$

6. เส้น : ความชันของเส้นตรง [Slope ; m]

เราสามารถหาความชันของเส้นตรงใดๆ ได้จาก

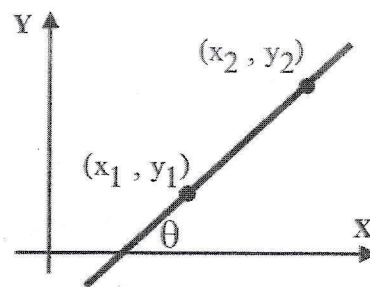
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

เมื่อ m คือความชันเส้นตรง

(x_1, y_1) , (x_2, y_2) คือจุดที่เส้นตรงนั้นผ่าน

$$\text{หรือ } m = \tan \theta$$

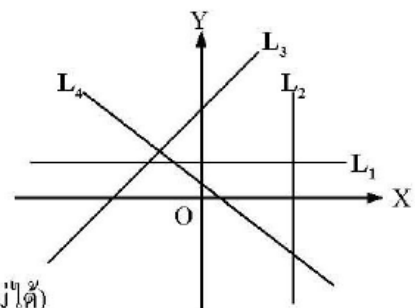
เมื่อ θ คือมุมที่เส้นตรงเอียงกระทำกับแกน + X ในทิศวนเข็มนาฬิกา



$$\text{จากบทนิยาม } m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

ความชันบอกลักษณะของเส้นตรงได้ดังนี้

1. ถ้า $m = 0$ แล้วเส้นตรงจะขนานกับแกน X (จากรูป L_1 มีความชันเป็น 0)
2. ถ้าหาความชันไม่ได้แล้วเส้นตรงจะขนานกับแกน Y (จากรูป L_2 หาความชันไม่ได้)
3. ถ้า $m > 0$ แล้วเส้นตรงทำมุมแหลมกับแกน X เมื่อวัดมุมทวนเข็มนาฬิกาจากแกน X (จากรูป L_3 ความชันมากกว่า 0)
4. ถ้า $m < 0$ แล้วเส้นตรงทำมุมป้านกับแกน X เมื่อวัดมุมทวนเข็มนาฬิกาจากแกน X (จากรูป L_4 ความชันน้อยกว่า 0)





ตัวอย่าง จงหาความชันที่ลากผ่านจุดในแต่ละข้อต่อไปนี้

1. $P(0,0)$ และ $Q(2,2)$
2. $A(0, -1)$ และ $B(2, -2)$
3. $A(-1, -3)$ และ $B(2, -2)$
4. $A(2,3)$ และ $B(-4,3)$
5. $A(2,3)$ และ $B(6,5)$
6. $A(3,2)$ และ $B(-3,6)$

< แบบฝึกทักษะที่ 2 >

เรียบเรียงโดย...ครูธนาทิพย์(ครูป้อม)

1. เส้นตรงเส้นหนึ่งมีความเอียงเป็นมุม 60° จะมีความชันเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 1
2. 1.414
3. 1.732
4. 2

2. เส้นตรงที่ผ่านจุดที่กำหนดให้ต่อไปนี้ ข้อใดต่อไปนี้มีความชันต่ำที่สุด

1. $(0, 0), (2, 6)$
2. $(3, 4), (6, -5)$
3. $(3, 5), (4, 5)$
4. $(4, 6), (4, 7)$



3. . ให้ $P_1(8, k)$ และ $P_2(5, 1)$ เส้นตรงที่ผ่านจุดทั้งสองมีความชัน $\frac{4}{3}$ ค่า k เท่ากับข้อใดต่อไปนี

1. 2

2. 4

3. 5

4. 7

4. จงหาค่า b ที่ทำให้จุด $(b, 6)$, $(-1, 4)$ และ $(-4, 2)$ อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน

1. 1

2. 2

3. 3

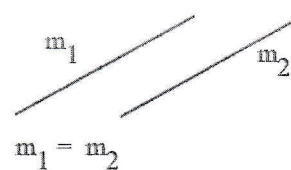
4. 4

: Assignment : Mathematics คณิตศาสตร์ :
“ครูป้อมยาม Math สรน”

7. เส้น : เส้นขนาน และเส้นตั้งฉาก

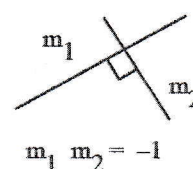
เส้นขนาน

ทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นขนาน เส้นตรงสองเส้นที่
ไม่ขนานกับแกน Y จะขนานกัน ก็ต่อเมื่อความชัน
ของเส้นตรงทั้งสองเท่ากัน



เส้นตั้งฉาก

ทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นตั้งฉาก เส้นตรงสองเส้นที่
ไม่ขนานกับแกน Y จะตั้งฉากกัน ก็ต่อเมื่อ ผลคูณของ
ความชันของเส้นตรงทั้งสองเท่ากับ -1



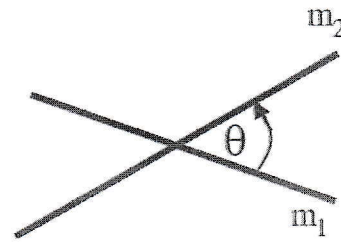


เส้นตรงตัดกัน

มุมระหว่างเส้นตรง 2 เส้นตัดกัน

หาได้จากสมการ

$$\tan \theta = \frac{m_{\text{สุดท้าย}} - m_{\text{เริ่มต้น}}}{1 + m_{\text{สุดท้าย}} \cdot m_{\text{เริ่มต้น}}}$$



เมื่อ θ คือมุมที่วัดจากเส้นตรงความชัน $m_{\text{เริ่มต้น}}$

ทวนเข็มนาฬิกาไปถึงเส้นตรงที่มีความชัน $m_{\text{สุดท้าย}}$

< แบบฝึกหัดที่ 3 >

เรียบเรียงโดย...ครูธนาทิตย์(ครูป้อม)

1. เส้นตรง AB และ CD ในข้อใดต่อไปนี้ขนานกัน

1. A (4, 3) , B (5, -2) , C (-1, -3) , D (-2, 2)
2. A (-2, 2) , B (1, 5) , C (2, 0) , D (-1, -1)
3. A (0, 0) , B (2, 2) , C (1, 0) , D (0, 1)
4. A (-3, 2) , B (5, -2) , C (-1, -3) , D (-2, 2)

2. เส้นตรงที่ผ่านจุด (k, 7) และ (-3, -2) ขนานกับเส้นตรงที่ผ่านจุด (3, 2) และ (1, -4) แล้วค่า k เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

3. เส้นตรงที่ตั้งฉากกับเส้นตรงที่มีความชันต่อไปนี้ ในข้อมีความชันต่ำที่สุด

1. 4
2. $\frac{3}{4}$
3. $\frac{5}{6}$
4. $\frac{1}{4}$



4. เส้นตรงผ่านจุด $(k, 7)$ และ $(-3, -2)$ ตั้งฉากกับเส้นตรงที่ผ่านจุด $(3, 2)$ และ $(1, -4)$
แล้วค่า k เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 20 2. 30 3. -20 4. -30

5. เส้นตรง L_1 มีความชัน -1 เส้นตรง L_2 มีความชัน 0 มุมซึ่งวัดจากเส้นตรง L_1 ทวน
เข็มนาฬิกาไปถึงเส้นตรง L_2 มีขนาดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 30° 2. 45° 3. 60° 4. 90°

Assignment : Mathematics คณิตศาสตร์ :
“ครูป้อมยาม Math สรน”

6. เส้นตรงสองเส้นซึ่งมีความชัน $m_1 = \sqrt{3}$, $m_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}$ มุมที่วัดจากเส้นตรงความชัน m_2

ทวนเข็มนาฬิกาไปถึงเส้นตรงความชัน m_1 มีขนาดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 30° 2. 45° 3. 60° 4. 90°



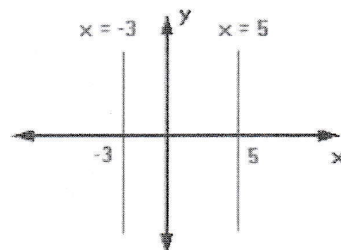
8. เส้น : ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็น สมการเส้นตรง

ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นเส้นตรง คือความสัมพันธ์ที่เมื่อนำไปเขียนกราฟ แล้วจะได้กราฟเป็นรูปเส้นตรง ซึ่งความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นเส้นตรงที่ราสนใจในระดับมี 5 รูปแบบ ได้แก่

รูปแบบที่ 1 : ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นเส้นตรง $x = a$ เมื่อ a แทน จำนวนจริงใดๆ

สมบัติที่สำคัญของ สมการเส้นตรงนี้คือ

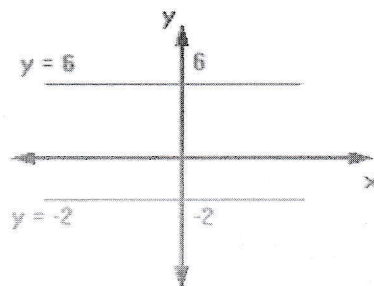
- 1) เส้นตรงนี้จะขนานกับแกน Y
- 2) เส้นตรงนี้จะขนานกับแกน X ณ.จุดที่ $x = a$



รูปแบบที่ 2 : ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นเส้นตรง $y = b$ เมื่อ b แทน จำนวนจริงใดๆ

สมบัติที่สำคัญของ สมการเส้นตรงนี้คือ

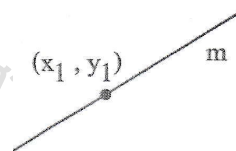
- 1) เส้นตรงนี้จะขนานกับแกน X
- 2) เส้นตรงนี้จะขนานกับแกน Y ณ.จุดที่ $y = b$



รูปแบบที่ 3 : ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นเส้นตรง $y - y_1 = m(x - x_1)$

เมื่อทราบ m คือความชันของเส้นตรง

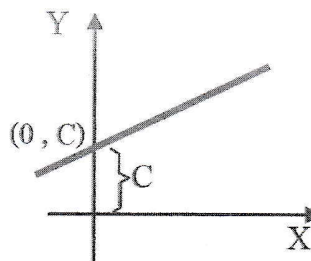
(x_1, y_1) คือจุดที่เส้นตรงนั้นผ่าน



รูปแบบที่ 4 : ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นเส้นตรง $y = mx + C$

เมื่อทราบ m คือความชันของเส้นตรง

C คือระยะตัดแกน Y



รูปแบบที่ 5 : ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นเส้นตรง $Ax + By + C = 0$

เมื่อทราบ m คือความชันของเส้นตรง ซึ่ง Slope[m] หาได้จาก

$$\text{Slope; } m = -\frac{A}{B}$$

การหาสมการเส้นตรง จะต้องทราบ ความชัน ซึ่งหาได้จาก ในเรื่องของความชัน Slope[m]



< แบบฝึกทักษะที่ 4 >

เรียบเรียง โดย...ครูธนาทิพย์(ครูป้อม)

1. เส้นตรงต่อไปนี้มีความชัน และผ่านจุดในข้อใดต่อไปนี้

ก. $(y - 6) = 4(x - 8)$

ข. $(y + 7) = 4x$

1. ก. 4, (8, 6) ข. 4, (0, -7)

2. ก. 4, (0, 6) ข. 4, (8, -7)

3. ก. 2, (8, 6) ข. 2, (0, -7)

4. ก. 2, (0, 6) ข. 2, (8, -7)

2. เส้นตรง $4(y + 5) = 8(x + 9)$ มีความชันและผ่านจุดในข้อใดต่อไปนี้

1. 8, (-9, -5)

2. 8, (9, 5)

3. 2, (-9, -5)

4. 2, (9, 5)

3. ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด (3, 1) และมีความชัน $\frac{1}{2}$ คือข้อใดต่อไปนี้

1. $x - 2y - 1 = 0$

2. $x + 2y - 1 = 0$

3. $2x - 4y - 1 = 0$

4. $3x - 6y - 2 = 0$

4. ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด (-1, 2) และ (3, 4) คือข้อใดต่อไปนี้

1. $x - 2y - 5 = 0$

2. $x - 2y + 5 = 0$

3. $2x - 4y - 3 = 0$

4. $3x - 6y - 2 = 0$



5. ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นเส้นตรงซึ่งผ่านจุด $(-1, -4)$ และตั้งฉากกับเส้นตรงซึ่งผ่านจุด $(-1, 3)$ และ $(-2, -2)$ คือข้อใดต่อไปนี้

1. $x - 5y + 21 = 0$

2. $x - 5y - 21 = 0$

3. $x + 5y + 21 = 0$

4. $x + 5y - 21 = 0$

6. ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงเมื่อกำหนดความชันเป็น $\frac{3}{2}$ และระยะตัดแกน Y เป็น -5 คือข้อใดต่อไปนี้

1. $3x + 2y + 10 = 0$

2. $3x + 2y - 10 = 0$

3. $3x - 2y + 10 = 0$

4. $3x - 2y - 10 = 0$

7. จากสมการเส้นตรงต่อไปนี้ จงหาความชันเส้นตรงและจุดตัดแกน Y

(ก) $y = 4x + 6$

(ข) $y = \frac{3}{2}x - 4$

1. (ก) $4, (6, 0)$ (ข) $\frac{3}{2}, (-4, 0)$

2. (ก) $4, (0, 6)$ (ข) $\frac{3}{2}, (0, -4)$

3. (ก) $-4, (6, 0)$ (ข) $-\frac{3}{2}, (-4, 0)$

4. (ก) $-4, (0, 6)$ (ข) $-\frac{3}{2}, (0, -4)$

8. จากสมการเส้นตรง $4y = 8x - 4$ จงหาความชันเส้นตรงและจุดตัดแกน Y

1. $-2, (-1, 0)$

2. $-2, (0, -1)$

3. $2, (-1, 0)$

4. $2, (0, -1)$



9. เส้นตรง $2x + y = 8$ ตั้งฉากกับเส้นตรง $y = \frac{1}{2}x - 5$ หรือไม่

1. ตั้งฉาก เพราะทั้งสองเส้นมีความชันเท่ากัน
2. ตั้งฉาก เพราะความชันของทั้งสองเส้นคูณกันได้ -1
3. ไม่ตั้งฉาก เพราะทั้งสองเส้นมีความชันไม่เท่ากัน
4. ไม่ตั้งฉาก เพราะความชันของทั้งสองเส้นคูณกันได้ไม่เท่ากับ -1

10. ความชันของเส้นตรง $2x - 3y = 6$ และจุดตัดแกน X และแกน Y คือข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{2}{3}$, $(3, 0)$, $(0, -2)$
2. $\frac{2}{3}$, $(8, 0)$, $(0, -2)$
3. $\frac{1}{4}$, $(3, 0)$, $(0, -2)$
4. $\frac{1}{4}$, $(8, 0)$, $(0, -2)$

11. ความชันของเส้นตรง $x = 4$ และจุดตัดแกน X และแกน Y คือข้อใดต่อไปนี้

1. 0 , $(4, 0)$, หาไม่ได้
2. 0 , หาไม่ได้ , $(0, -2)$
3. หาไม่ได้ , $(4, 0)$, หาไม่ได้
4. หาไม่ได้ , หาไม่ได้ , $(0, -2)$

12. ความชันของเส้นตรง $y = 2$ และจุดตัดแกน X และแกน Y คือข้อใดต่อไปนี้

1. 0 , $(-2, 0)$, หาไม่ได้
2. 0 , หาไม่ได้ , $(0, -2)$
3. หาไม่ได้ , $(-2, 0)$, หาไม่ได้
4. หาไม่ได้ , หาไม่ได้ , $(0, -2)$



13. ถ้าเส้นตรง $kx + y + 1 = 0$ ตั้งฉากกับเส้นตรงที่ผ่านจุด $(3, 5)$ และ $(7, -1)$ แล้ว
ค่า k คือข้อใดต่อไปนี้

1. -3 2. $-\frac{2}{3}$ 3. -5 4. -20

14. สมการเส้นตรงที่ผ่านจุด $(7, 5)$ และขนานกับเส้นตรง $x + 2y + 12 = 0$ คือข้อใดต่อไปนี้

1. $x + 2y + 17 = 0$ 2. $x + 2y - 17 = 0$
3. $x - 2y + 17 = 0$ 4. $x - 2y - 17 = 0$

: Assignment : Mathem
“ครูรัก”

15. สมการของเส้นตรงที่ผ่านจุด $(3, 2)$ และตั้งฉากกับเส้นตรง $x + 2y + 12 = 0$ คือข้อใดต่อไปนี้

1. $2x + y + 4 = 0$ 2. $2x + y - 4 = 0$
3. $2x - y + 4 = 0$ 4. $2x - y - 4 = 0$

16. จุดตัดของเส้นตรง $x + y - 2 = 0$ และ $2x - 3y + 1 = 0$ คือข้อใดต่อไปนี้

1. $(1, 5)$ 2. $(1, 1)$ 3. $(-1, 5)$ 4. $(-1, 1)$



17. ค่า k ที่ทำให้เส้นตรงที่มีสมการเป็น $2x + 3ky - 13 = 0$ และผ่านจุด $(1, 1)$ คือข้อใด

1. 8

2. $\frac{11}{3}$

3. $\frac{11}{4}$

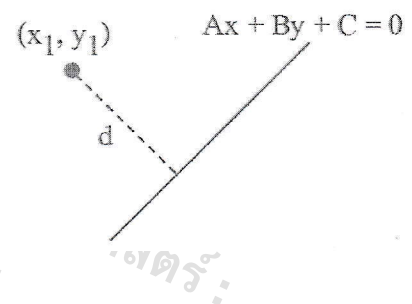
4. 2

9. จุด-เส้น : ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด และระยะห่างระหว่างเส้นตรงที่ขนานกัน

ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด

ระยะห่างระหว่างจุดกับเส้นตรง คือระยะ
ที่วัดจากจุดไปตกตั้งฉากกับเส้นตรง ระยะระหว่าง
จุด (x_1, y_1) ถึงเส้นตรง $Ax + By + C = 0$ คือ

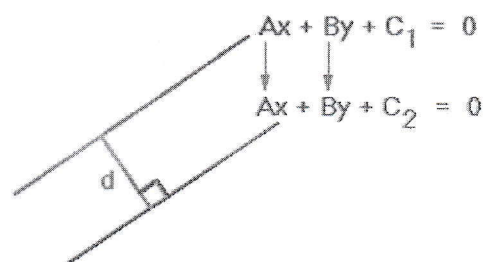
$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$



ระยะห่างระหว่างเส้นตรงที่ขนานกัน

ระยะระหว่างเส้นตรงที่ขนานกัน คือระยะ
ที่วัดจากเส้นตรงเส้นแรกไปตกตั้งฉากกับเส้นตรง
เส้นที่ 2 ระยะระหว่างเส้นตรง $Ax + By + C_1 = 0$
กับเส้นตรง $Ax + By + C_2 = 0$ คือ

$$d = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$





1. ระยะระหว่างเส้นตรง $6x - 8y + 4 = 0$ กับจุด $(2, -3)$ คือข้อใดต่อไปนี้

1. 2 2. 4 3. 6 4. 8

1. 55, -73 2. 56, -73 3. 57, -73 4. 58, -73

1. $3x - 4y - 3 = 0$
2. $3x - 4y - 23 = 0$
3. $3x - 4y - 43 = 0$
4. ข้อ 1. และ ข้อ 3.



4. สมการของเส้นตรงที่ตั้งฉากกับเส้นตรง $5x - 12y - 7 = 0$ และอยู่ห่างจากจุด $(-1, 2)$

เป็นระยะทาง 3 หน่วย คือข้อใดต่อไปนี้

1. $12x + 5y + 41 = 0$

2. $12x + 5y - 2 = 0$

3. $12x + 5y - 37 = 0$

4. ข้อ 1. และ ข้อ 3.

5. ระยะระหว่างเส้นคู่ขนาน $3x - 4y - 7 = 0$, $6x - 8y + 16 = 0$ คือข้อใดต่อไปนี้

1. 2

2. 3

3. 4

4. 5

Assignment : Mathematics คณิตศาสตร์ :
“ครูป้อมยาม Math สรน ”

6. ระยะระหว่างเส้นคู่ขนาน $3x + y + 5 = 0$ และ $7 - 3x - y = 0$ คือข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{12}{\sqrt{10}}$

2. $\frac{11}{\sqrt{10}}$

3. $\frac{10}{\sqrt{10}}$

4. $\frac{9}{\sqrt{10}}$



7. สมการเส้นตรงซึ่งอยู่กึ่งกลางระหว่างเส้นขนาน $x - 2y + 5 = 0$ และ $2x - 4y - 4 = 0$ คือ

ข้อใดต่อไปนี้

1. $x - 2y + 3 = 0$

2. $x - 2y + 6 = 0$

3. $2x - 4y + 3 = 0$

4. $2x - 4y + 6 = 0$

8. ถ้าเส้นตรง $12x - 5y - 10 = 0$ เป็นเส้นตรงที่อยู่กึ่งกลางระหว่างเส้นขนานคู่หนึ่งซึ่งอยู่ห่างกัน 8 หน่วย สมการของเส้นขนานคู่นี้คือข้อใดต่อไปนี้

1. $12x - 5y + 42 = 0$

2. $12x - 5y - 6 = 0$

3. $12x - 5y - 62 = 0$

4. ข้อ 1. และ ข้อ 3.

ครูป้อมยาม Mathematics คณิตศาสตร์ :
Math สรร "



ชุดที่ 01 || เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ : เป็นปัญหาพื้นฐานเพื่อใช้ทดสอบความรู้พื้นฐาน เหมาะสำหรับ
ทบทวนระยะสั้น ซึ่งผู้ทดสอบควรทำได้อย่างน้อย 30 จาก 34 ข้อ (ภายในเวลา 60 นาที)

=====

Test-Geol-01 || ระยะทางระหว่างจุด (x_1, y) และ (x_2, y) คือ?

Test-Geol-02 || ระยะทางระหว่างจุด (x, y_1) และ (x, y_2) คือ?

Test-Geol-03 || ระยะทางระหว่างจุด (x_1, y_1) และ (x_2, y_2) คือ?

Test-Geol-04 || จงหาความยาวของภาพฉาย(projection) ของส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุด
 $(1, 2)$ กับ $(4, 7)$ บนแกน X และ แกน Y ตามลำดับ คือ?



Test-Geol-05 || ความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด (x_1, y_1) และ (x_2, y_2) คือ?

Test-Geol-06 || สมการของเส้นตรงที่ผ่านจุด (x_1, y_1) และ มีความชันเท่ากับ m คือ?

Test-Geol-07 || จงหาระยะทางระหว่างจุด $(3, -2)$ และ $(-10, -2)$ คือ?

Test-Geol-08 || จงหาระยะทางระหว่างจุด $(-1, 3)$ และ $(4, -9)$ คือ?

Test-Geol-09 || จงหาสมการเส้นตรงที่ผ่านจุด $(-1, 3)$ และ $(4, -9)$ คือ?



Test-Geol-10 || จงหาสมการเส้นตรงที่ผ่านจุด $(0, -1)$ และ มีความชันเท่ากับ -2 คือ?

Test-Geol-11 || ความชันของเส้นตรง $ax + by + c = 0$ คือ?

Test-Geol-12 || ความชันของเส้นตรง $2x - 3y + 4 = 0$ คือ?

Test-Geol-13 || ความชันของเส้นตรง $y = kx + c$ คือ?

Test-Geol-14 || ความชันของเส้นตรง $y = -5x + 7$ คือ?



Test-Geol-15 || จงวาดเส้นตรงที่มีความชันเท่ากับ $0, 2, -1$ อย่างคร่าวๆตามลำดับ?

Test-Geol-16 || เส้นตรงที่ขนานกันจะมีอะไรเท่ากันบ้าง?

Test-Geol-17 || จุด $(1,3)$, $(-2, -5)$ และ $(0, -1)$ อยู่บนเส้นตรงเดียวกันหรือไม่?

Test-Geol-18 || ถ้าเส้นตรง 2 เส้นที่ตั้งฉากกัน แล้วจะได้ว่า ผลคูณของอะไรมีค่าเท่ากับอะไร?



Test-Geol-19 || จงหาสมการเส้นตรงที่ผ่านจุด $(1, -2)$ และ ตั้งฉากกับเส้นตรง $-2y = x + 3$

Test-Geol-20 || จงหาจุดตัดของเส้นตรง $2x + y = 1$ และ $x - 2y + 3 = 0$

: Assignment : Mathematics คณิตศาสตร์
“ครูป้อมยาม Math สอน”

Test-Geol-21 || ถ้ามีจุด $P(x_1, y_1)$ และ $Q(x_2, y_2)$ โดยที่ $R(x, y)$ เป็นจุดแบ่งแบบภายในของ PQ โดยที่ $PR : PQ = m : n$ แล้วจะได้ว่า x และ y มีค่าเท่าใด?

Test-Geol-22 || จุดกึ่งกลางของจุด $(3, -1)$ และ $(5, 7)$ คือ?



Test-Geol-23 || จงหาจุด $R(x,y)$ ซึ่งแบ่งส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุด $P(1,2)$ และ $Q(5,7)$

ออกเป็น 2 ส่วน โดยที่ $PQ : QR = 7 : 3$ คือ?

Test-Geol-24 || จงหาจุด A และ B ซึ่งแบ่งส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุด $P(1,2)$ และ $Q(5,7)$

ออกเป็น 3 ส่วนเท่าๆกัน

Assignment : Mathematics คณิตศาสตร์ :
“ครูป้อมยาม Math สรน ”

Test-Geol-25 || จงหาจุดเซกเตอร์ของสามเหลี่ยมที่เชื่อมระหว่าง $(1,3)$, $(-1,5)$ และ $(6,1)$



Test-Geol-26 || จงหาภาพฉาย(projection) ของจุด $(1,3)$ บนเส้นตรง $y = x$

Test-Geol-27 || จงหาจุดบนเส้นตรง $y = 2x + 1$ ที่อยู่ห่างจากจุด $(-1,3)$ น้อยที่สุด

Test-Geol-28 || ระยะห่างระหว่างจุด (x_1, y_1) และ เส้นตรง $ax + by + c = 0$ คือ?



Test-Geol-29 || จงหาระยะห่างระหว่างจุด $(1, -2)$ กับ เส้นตรง $2y = 3x - 5$ คือ?

Test-Geol-30 || ระยะห่างระหว่างเส้นตรง $ax + by + c = 0$ กับ $ax + by + d = 0$ คือ?

: Assignment : Mathematics คณิตศาสตร์ :
“ครูป้อมยาม Math สรน ”

Test-Geol-31 || จงหาระยะทางระหว่างเส้นตรง $x + 3y = 1$ และ $2x - 6y = 8$ คือ?



Test-Geol-32 || จงหาสมการเส้นตรงซึ่งอยู่ระหว่างเส้นตรง $3x - 4y + 1 = 0$ และ

$3x - 4y - 11 = 0$ เท่าๆกันคือ?

Test-Geol-33 || สมการเส้นแบ่งครึ่งมุมของเส้นตรง $ax + by + c = 0$ และ

$dx + ey + f = 0$ คือ?

Test-Geol-34 || จงหาสมการเส้นแบ่งครึ่งมุมของเส้นตรง $3x + 4y = 0$ และ

$12x - 5y = -1$ คือ?

“ทดสอบความรู้ด้วยสมาธิ จากความซื่อสัตย์ อย่างจริงใจ.”

ด้วยความหวังดี ครูป้อม สรน **[สคส 2568]**

“ไม่จำเป็นต้องเดิน เร็ว เหมือนใครๆ เพียงแต่เรา เดินทุกวัน อย่างมั่นคง”. @เส้นทางสายกาแฟ ||: เตรียมความพร้อมสอบ



ชุดที่ 02 || เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ : เป็นปัญหาเพื่อใช้ทดสอบความรู้ที่คงทน เหมาะสำหรับเตรียมความพร้อมสอบเข้ามหาวิทยาลัย (ภายในเวลา 60 นาที)

Problem 01 จงหาระยะระหว่างจุดกับเส้นตรงที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. จุด $(-2, 1)$ กับ เส้นตรง $x - y + 1 = 0$
2. จุด $(-3, -5)$ กับ เส้นตรง $y = 0$

Problem 02 วงกลมวงหนึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(2, -1)$ และมีเส้นตรง $x + y - 4 = 0$ เป็นเส้นสัมผัส จงหารัศมีของ วงกลมวงนี้

Problem 03 จงหาสมการกราฟเส้นตรง ที่ตั้งฉากกับเส้นตรง $12x + 5y - 3 = 0$ และอยู่ห่างจากจุด $(-1, -1)$ เป็นระยะทาง 3 หน่วย



Problem 04 สามเหลี่ยม ABC มีจุด $A(3, 4)$, $B(0, -2)$, $C(3, 1)$ จงหาความยาวของส่วนสูง ที่ลากจาก A ไปยังฐาน BC

Problem 05 จุด $A(-3, 1)$ $B(1, 5)$ $C(8, 3)$ และ $D(2, -3)$ เป็นจุดยอดของรูปสี่เหลี่ยม ABCD

ข้อใดต่อไปนี้ผิด [PAT 1 (มี.ค. 53)/9]

1. ด้าน AB ขนานกับด้าน DC
2. ผลบวกความยาวของด้าน AB กับ DC เท่ากับ $10\sqrt{2}$ หน่วย
3. ระยะตั้งฉากจากจุด A ไปยังเส้นตรงที่ผ่านจุด C และจุด D มีค่าเท่ากับ $\frac{9\sqrt{2}}{2}$ หน่วย
4. ระยะตั้งฉากจากจุด B ไปยังเส้นตรงที่ผ่านจุด C และจุด D มีค่าเท่ากับ $\frac{9}{2}$ หน่วย

Problem 06 กำหนดให้ $M(a, b)$ เป็นจุดกึ่งกลางของเส้นตรงที่เชื่อมจุดตัดระหว่างกราฟ $xy = 6$ กับเส้นตรง $x - y - 1 = 0$ จงหาระยะระหว่าง M กับเส้นตรง $6x - 8y + 13 = 0$ [PAT1(ธ.ค.54)/30*]



Problem 07 ให้ A เป็นจุดตัดของเส้นตรง $x-3y+1=0$ และ $2x+5y-9=0$ ถ้าเส้นตรง L มีความชันเท่ากับ m เมื่อ $m < 0$ มีระยะห่างระหว่างจุดกำเนิด $(0, 0)$ เท่ากับ k หน่วย โดยที่ $k^2 + 2m = 1$ และผ่านจุด A แล้วสมการของเส้นตรง L ตรงกับข้อใดต่อไปนี้ [PAT1(เม.ย.57)/10]

1. $2x+y-5 = 0$
2. $3x+y-7 = 0$
3. $x+2y-4 = 0$
4. $x+3y-5 = 0$

Problem 08 จงหาระยะห่างระหว่างเส้นตรงต่อไปนี้

1. $12x+5y-32 = 0$ และ $12x+5y+33 = 0$
2. $4x-3y-1 = 0$ และ $6y-8x = 2$
3. $x-y = 2$ และ $y-x = 3$
4. $y = -1$ และ $y = 5$

Problem 09 จงหาสมการเส้นตรงที่อยู่ห่างจากเส้นตรง $y = \sqrt{3}x - 2$ เป็นระยะทาง 3 หน่วย

Problem 11 กำหนดให้ L_1 เป็นเส้นตรงผ่านจุด $(-2, -4)$ มีความชันเป็นจำนวนเต็มบวกและตัดแกน X และแกน Y ที่จุด A และจุด B ตามลำดับ โดยผลบวกของระยะตัดแกน X และระยะตัดแกน Y เท่ากับ 3 หน่วย ให้ L_2 เป็นเส้นตรงที่ขนานกับเส้นตรง L_1 และผ่านจุด $(0, -13)$ ถ้า C เป็นจุดบนเส้นตรง L_2 โดยที่ $CA = CB$ แล้ว พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC เท่ากับกี่ตารางหน่วย [PAT1(พ.ย.57)/17]



: Assignment : Mathematics คณิตศาสตร์ :
“ครูป้อมยาม Math สรร ”